泰勒名言：

不是去記住，但是要去瞭解。

我不能記住任何一件事，如果我不瞭解它的話。

=======氫彈之父泰勒博士訪華=======

於民國 70 年 11 月 25 日在台大物理系館

演講後，回答現代台灣學生所問的問題：

「記住所有的公式（方程式），是很重要的嗎？」

高三上　數列與函數的極限

思考 1　數列的極限

Note：

【分析一】收斂與發散：

(1) $\langle a_n \rangle_{n=1}^{\infty}=\langle a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots \rangle$，稱為無窮數列，若數列會趨向一定值 α，則稱此數列的極限為 α（或稱收斂至 α），記作 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\alpha$。

(2)無窮數列極限不存在，稱為發散。

(3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_k+\cdots$，稱為無窮級數，若級數會趨向一定值，則稱此級數收斂，反之則為發散。

(4)當 $n\to\infty$，若 $a_n\to\dfrac{0}{0}$ 或 $\dfrac{\infty}{\infty}$ 或 $0\cdot\infty$ 或 $\infty-\infty$，稱為不定型（不確定收斂或發散），需化簡 a_n 後再判斷！

例1

小寬的叮嚀

判斷下列數列的斂散性：

(A) $\langle a_n \rangle=\langle 2,2,2,2,2,\cdots\cdots \rangle$

(B) $\langle a_n \rangle=\langle 1,2,3,4,5,\cdots\cdots \rangle$

(C) $\langle a_n \rangle=\left\langle 1,\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{5},\cdots\cdots \right\rangle$

(D) $\langle a_n \rangle=\left\langle 1,\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2^2},\dfrac{1}{2^3},\dfrac{1}{2^4},\cdots\cdots \right\rangle$

(E) $\langle a_n \rangle=\langle 1,-2,3,-4,5,\cdots\cdots \rangle$

(F) $\langle a_n \rangle=\left\langle 1,-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2^2},-\dfrac{1}{2^3},\dfrac{1}{2^4},\cdots\cdots \right\rangle$

(G) $\langle a_n \rangle=\langle 1,-1,1,-1,1,\cdots\cdots \rangle$

例2 下列數列何者為收斂？ (A)$\langle 1+0.9n\rangle$　(B)$\left\langle 2\cdot\left(-\frac{9}{10}\right)^n\right\rangle$　(C)$\left\langle \frac{(-1)^n+1^n}{2}\right\rangle$　(D)$\left\langle \frac{3^n}{2^{2n-1}}\right\rangle$ (E)$\left\langle \frac{1}{2n+1}\right\rangle$ 答：(B)(D)(E)	小寬的叮嚀

例3 判斷下列的數列（或級數）為收斂或發散？ (1)$1,-1,1,-1,\cdots\cdots$ (2)$1-1+1-1+\cdots\cdots$ (3)$(1-1),(1-1),\cdots\cdots,(1-1),\cdots$ (4)$(1-1)+(1-1)+\cdots\cdots+(1-1)+\cdots$ 答：(1)發散　(2)發散　(3)收斂　(4)收斂	小寬的叮嚀

例4 判斷(1)$\left\langle \frac{1}{n}\right\rangle_{n=1}^{\infty}$ 及　(2)$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$的斂散性。 答：(1)收斂　(2)發散	小寬的叮嚀

【分析二】數列收斂的ε定義 (補充)：

A sequence $\{a_n\}$ in $\mathbb{R}$ is said to ***converge*** if there is a point $\alpha \in \mathbb{R}$ with the followingproperty: For every $\varepsilon > 0$ there is a positive integer N such that $n \ge N$ implies that $|a_n - \alpha| < \varepsilon$

Note：

例5

設$\{a_n\}$的一般項$a_n = \dfrac{3n+1}{2n+1}$，求滿足$\left|a_n - \dfrac{3}{2}\right| < 10^{-4}$之最小正整數$n$。

答：2500

小寬的叮嚀

$$\left|\frac{3n+1}{2n+1} - \frac{3}{2}\right| = \left|\frac{6n+2-6n-3}{2(2n+1)}\right| = \frac{1}{2(2n+1)} < 10^{-4}$$

$$\Rightarrow 2(2n+1) > 10^4$$

$$\Rightarrow n > \frac{4999}{2} = 2499.5$$

$\therefore$從第2500項起可滿足$\left|a_n - \dfrac{3}{2}\right| < 10^{-4}$ $\therefore$最小正整數$n = 2500$

【分析三】極限運算的性質：

兩數列$\langle a_n \rangle_{n=1}^{\infty}, \langle b_n \rangle_{n=1}^{\infty}$，若$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \alpha$，$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \beta$，則

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n + b_n) = \lim\limits_{n\to\infty} a_n + \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \alpha + \beta$

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n - b_n) = \lim\limits_{n\to\infty} a_n - \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \alpha - \beta$

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = \left(\lim\limits_{n\to\infty} a_n\right)\cdot\left(\lim\limits_{n\to\infty} b_n\right) = \alpha\beta$

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{a_n}{b_n}\right) = \dfrac{\lim\limits_{n\to\infty} a_n}{\lim\limits_{n\to\infty} b_n} = \dfrac{\alpha}{\beta}$，其中$\beta \ne 0$

(5) $\lim\limits_{n\to\infty} c\cdot a_n = c\cdot\lim\limits_{n\to\infty} a_n = c\alpha$，其中$c$為常數

(6) 乘法延伸：$\lim\limits_{n\to\infty} {a_n}^k = \alpha^k$，其中$k \in \mathbb{R}$

(7) 實數直觀：若$|r| < 1$，則$\lim\limits_{n\to\infty} r^n = 0$（真分數越乘越小）

Note：

加減乘除皆可拆、
係數可提、
次方保留

例6 《觀念題》	小寬的叮嚀
$\langle a_n \rangle$，$\langle b_n \rangle$均為無窮數列，下列何者為真？ (A)若 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$，則 $\lim\limits_{n\to\infty} a_{n+1} = A$ (B)若 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$，則 $\lim\limits_{n\to\infty} a_{2n} = A$ (C)若 $\lim\limits_{n\to\infty} a_{2n} = A$，則 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$ (D)若 $\lim\limits_{n\to\infty} a_{2n} = \lim\limits_{n\to\infty} a_{2n+1} = A$，則 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$ (E)設 $a_n \geq 0$，若 $\lim\limits_{n\to\infty} a_{n+1} = A$，則 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{A}$。 答：(A)(B)(D)(E)	

✎

例7	小寬的叮嚀
設 $\lim\limits_{n\to\infty} (3n-2)\cdot a_n = 5$，則 $\lim\limits_{n\to\infty} (5n+1)\cdot a_n =$ ______。 答：$\frac{25}{3}$	

✎

每　日　練　功

1. 下列那一數列為收斂？

(A)$\left\langle \dfrac{n+100}{n^2+3n-1} \right\rangle$ (B)$\left\langle \dfrac{n^2+1}{n+1000} \right\rangle$ (C)$\left\langle \dfrac{n+1}{3n+1000} \right\rangle$ (D)$\left\langle 1+\dfrac{5n+3}{n^2+4n+1} \right\rangle$ (E)$\left\langle \dfrac{\sqrt{3n^2+2n+3}}{\sqrt{n^2+n+1}} \right\rangle$。

答：(A)(C)(D)(E)

2. 下列數列何者收斂？（複選，錯一選項半對，錯兩選項全錯）

(A)$\left\langle \dfrac{n+1}{3n+1} \right\rangle$ (B)$\left\langle (-0.99)^n \right\rangle$ (C)$\left\langle 1.02^n \right\rangle$ (D)$\left\langle 0.3^{2n+1}+0.8^n \right\rangle$

答：(A)(B)(D)

3. 以下數列何者為收斂？

(A)$\left\langle (-3)^n \left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+5} \right\rangle$ (B)$\left\langle 1-\dfrac{2100n^2+4n+100}{0.001n^3} \right\rangle$ (C)$\left\langle (-2)^n \right\rangle$ (D)$\left\langle \dfrac{0.000001(n-1)^3}{100000000(n+1)^2} \right\rangle$ (E)$\left\langle \dfrac{3.15^{n-10}}{\pi^n} \right\rangle$。

答：(A)(B)

4. 下列數列中，當$n=1,2,3,\cdots$逐次增大時，哪一個會趨近於 1？

(A)$\left\langle (-1)^n \right\rangle$ (B)$\left\langle (0.99) \right\rangle$ (C)$\left\langle (1.01)^n \right\rangle$ (D)$\left\langle \dfrac{2^n+3^n}{3^n} \right\rangle$ (E)$\left\langle \dfrac{n}{n+1} \right\rangle$。

答：(D)(E)

5. 設數列$\{b_n\}$的一般項為$b_n=\dfrac{n}{2n+3}$，試求滿足$\left|b_n-\dfrac{1}{2}\right|<10^{-3}$之最小正整數$n$。

答：749

6. 設$\langle a_n\rangle$與$\langle b_n\rangle$為二數列，試問下列各敘述何者為真？

(A)若$\langle a_n\rangle$為收斂，$\langle b_n\rangle$為發散，則數列$\langle a_n+b_n\rangle$必為發散

(B)若$\langle a_n\rangle$與$\langle b_n\rangle$皆為發散，則數列$\langle a_n+b_n\rangle$必為發散

(C)若$\langle a_n\rangle$為收斂，$\langle b_n\rangle$為發散，則數列$\langle a_n\cdot b_n\rangle$必為發散

(D)若$\langle a_n\rangle$與$\langle b_n\rangle$皆為發散，則數列$\langle a_n\cdot b_n\rangle$必為發散

(E)若$\langle a_n\rangle$與$\langle a_n+b_n\rangle$為收斂，則$\langle b_n\rangle$為收斂。

答：(A)(E)

7. 設$\lim\limits_{n\to\infty}(4n+3)\cdot a_n=9$，則$\lim\limits_{n\to\infty}(7n+2)\cdot a_n=$______。

答：$\dfrac{63}{4}$

8. 設$\langle a_n\rangle$為一數列，若$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3a_n+1}{4a_n+2}=2$，求$\lim\limits_{n\to\infty}a_n$之值＝______。

答：$\dfrac{-3}{5}$

9. 下列何者正確？

(A)若$\langle a_n\rangle$，$\langle b_n\rangle$為等差數列，公差分別為p,q，則$\langle a_n+b_n\rangle$亦為等差數列，公差為$p+q$

(B)若$\langle a_n\rangle$，$\langle b_n\rangle$為等比數列，公比分別為p,q，則$\langle a_n\times b_n\rangle$亦為等比數列，公比為$pq$

(C)若$\langle a_n\rangle$為等比數列，公比為p，則$\left\langle \dfrac{1}{a_n}\right\rangle$亦為等比數列，公比為$\dfrac{1}{p}$

(D)若$\langle a_n\rangle$，$\langle b_n\rangle$均為有限數列，則$\sum\limits_{k=1}^{n}(a_k\cdot b_k)=\sum\limits_{k=1}^{n}a_k\cdot\sum\limits_{k=1}^{n}b_k$

(E)若無窮數列$\langle a_n\rangle$，$\langle b_n\rangle$均為發散，則$\langle a_n+b_n\rangle$不一定發散。

答：(A)(B)(C)(E)

思考 2　分式型極限

<table>
<tr><td>

例1

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^2+3n+2}{5n^2+4n+3}=$

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+100}{7n^2+7n+700}=$

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{0.01n^3+n^2-n+1}{100n^2+n+1}=$

</td><td>小寬的叮嚀</td></tr>
</table>

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^2+3n+2}{5n^2+4n+3}=$

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+100}{7n^2+7n+700}=$

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{0.01n^3+n^2-n+1}{100n^2+n+1}=$

<table>
<tr><td>

例2

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)(n+3)(n+4)}{(9n^2+n+1)(5n+18)}=$

</td><td>小寬的叮嚀</td></tr>
</table>

例3

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{3}{n^2}+\cdots\cdots+\dfrac{n}{n^2}\right)=$______。　　【81年日大自然組】

答：$\dfrac{1}{2}$

小寬的叮嚀

✎

例4

將$\dfrac{1^3}{n^3},\dfrac{2^3}{n^3},\dfrac{3^3}{n^3},\cdots,\dfrac{n^3}{n^3}$的算術平均數記為$a_n$，則$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=$______。

答：$\dfrac{1}{4}$

小寬的叮嚀

✎

$$a_n=\left(\frac{1^3}{n^3}+\frac{2^3}{n^3}+\cdots+\frac{n^3}{n^3}\right)\div n=\frac{1}{n^3}\cdot\frac{n^2\left(n+1\right)^2}{4}\cdot\frac{1}{n}\to\frac{1\cdot 1}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\therefore\lim_{n\to\infty}a_n=\frac{1}{4}$$

例5　《$\infty-\infty$不定型》

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+1}{n}-\dfrac{n^2+2n+3}{n+1}\right)=$______。

答：-1

小寬的叮嚀

✎

例6 《極限定係數》 若 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{an^2+bn+8}{2n-3}=3$ 成立時，求常數 a,b 之值。 答：$a=0,b=6$	小寬的叮嚀

例7 當 n 為正整數時，令 $x=a_n$ ，$y=b_n$ ，$z=c_n$ 為三元一次聯立方程組 $\begin{cases}x+y+z=0\\x+2y+3z=0\\-2nx+ny+3z=8n\end{cases}$ 之唯一解，則 $\lim_{n\to\infty}a_n=$______。 【99 年指考甲】 答：-2	小寬的叮嚀

例8 設 $\langle a_n\rangle$ 為一等差數列。已知 $a_2+a_4+a_6=186$ ，$a_3+a_7=110$ 。令 $S_n=a_1+a_2+...+a_n$ 。則極限 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{n^2}=$___。(請化為最簡分數) 答：$\dfrac{-7}{2}$ 【105 年指考乙】	小寬的叮嚀

例9 一盒裡有 $n(n>3)$ 顆大小相同的球，其中有 1 顆紅球、2 顆藍球以及 $n-3$ 顆白球。從盒子裡隨機同時抽取 3 球，所得球的計分方式為每顆紅球、藍球及白球分別為 $2n$ 分、n 分及 1 分。若所得分數的期望值為 E_n，則 $\lim\limits_{n\to\infty} E_n=$______。【104 年指考甲】 答：15	小寬的叮嚀

例10 坐標平面上，x 坐標與 y 坐標皆為整數的點稱為「格子點」。設 n 為正整數，已知在第一象限且滿足 $x+2y\le 2n$ 的格子點 (x,y) 的數目為 a_n。則 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n^2}$ 的值為下列哪一個選項？ (1) 0　(2) 1　(3) $\dfrac{4}{3}$　(4) 2　(5) 4　【104 年指考乙】 答：(2)	小寬的叮嚀

例11 坐標平面上，x 坐標與 y 坐標均為整數的點稱為格子點。令 n 為正整數，T_n 為平面上以直線 $y=\dfrac{-1}{2n}x+3$，以及 x 軸、y 軸所圍成的三角形區域（包含邊界），而 a_n 為 T_n 上的格子點數目，則 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}=$______。 答：12　【106 年指考甲】	小寬的叮嚀

每　日　練　功

10. (1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2-3n+5}{3n^2+2n+3}=$______。　(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3n^3+2n-7)(6n-15)}{(5n+3)(2n^2-7)(9n+5)}=$______。

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-5}{2n^2+3n+1}=$______。　(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3-2n+7}{3n^2+2n+3}=$______。

答：(1)$\dfrac{2}{3}$　(2)$\dfrac{1}{5}$　(3)0　(4)不存在

11. 試求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^2+2^2+\cdots+n^2}{n^3}=$______。

答：$\dfrac{1}{3}$

12. 將$1\cdot n,2\cdot(n-1),3\cdot(n-2),\cdots\cdots,(n-2)\cdot 3,(n-1)\cdot 2,n\cdot 1$等$n$個數的算術平均數記為$a_n$，

則$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n^2}=$______。

答：$\dfrac{1}{6}$

13. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1\cdot n+2(n-1)+\cdots\cdots+n\cdot 1}{1^2+2^2+\cdots\cdots+n^2}=$______。

答：$\dfrac{1}{2}$

14. $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{2n+1}-\frac{n^2}{2n-1}\right)=$______。

答：$-\frac{1}{2}$

15. $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^3}{n^2+2}-\frac{n^3}{n^2-2}\right)=$______。

答：0

16. 若 $\lim_{n\to\infty}\frac{an^2+bn-4}{3n+1}=\frac{1}{4}$，則 $(a,b)=$______。

答：$\left(0,\frac{3}{4}\right)$

17. 設 n 為正整數，坐標平面上有一等腰三角形，它的三個頂點分別是 $(0,2)$，$\left(\frac{1}{n},0\right)$，$\left(-\frac{1}{n},0\right)$，設設此三角形的外接圓直徑長等於 D_n，則 $\lim_{n\to\infty}D_n=$______。

答：2 【91 年指考甲】

思考3　根式型極限

【分析】根式型出現$\infty-\infty$，則上下同乘共軛根式	Note：

例1 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[4]{2n^6-3n+1}}{\sqrt{n^3+2n}-\sqrt{n}}=$______。 答：$\sqrt[4]{2}$	小寬的叮嚀

✎

例2 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n+1}\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)=$______。 答：$\dfrac{1}{2}$	小寬的叮嚀

✎ $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n+1}\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)\cdot$――――――

例3 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-n+1}-n\right)=$______。 答：$-\dfrac{1}{2}$	小寬的叮嚀

✎ $\sqrt{n^2-n+1}-n=\dfrac{\left(\sqrt{n^2-n+1}-n\right)\left(\sqrt{n^2-n+1}+n\right)}{\sqrt{n^2-n+1}+n}=\dfrac{\left(n^2-n+1\right)-n^2}{\sqrt{n^2-n+1}+n}\to\dfrac{-1}{\sqrt{1}+1}=\dfrac{-1}{2}$

例4 《極限定係數》 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+an+2}-\sqrt{n^2+2n+3}\right)=3$，則 a 值為 (A)3 (B)-5 (C)6 (D)8 (E)4。 答：(D)	小寬的叮嚀

✎

例5 a_n 為 $(x+1)(2x+1)(3x+1)\cdots\cdots(nx+1)$ 之 x 項係數，則 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{a_{n+1}}-\sqrt{a_n}\right)=$______。 答：$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	小寬的叮嚀

$$a_n=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

✎ $$\therefore\sqrt{a_{n+1}}-\sqrt{a_n}=\left(\sqrt{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}-\sqrt{\frac{n(n+1)}{2}}\right)\times\frac{\sqrt{\ }+\sqrt{\ }}{\sqrt{\ }+\sqrt{\ }}$$

$$=\frac{\dfrac{n^2+3n+2}{2}-\dfrac{n^2+n}{2}}{\sqrt{\ }+\sqrt{\ }}=\frac{\dfrac{2n+2}{2}}{\sqrt{\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}}+\sqrt{\dfrac{n(n+1)}{2}}}\to\frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\sqrt{\dfrac{1}{2}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

例6 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n+2}-\sqrt[3]{n+1}}=$______。 答：1	小寬的叮嚀

$$\frac{\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n+2}-\sqrt[3]{n+1}}\times\frac{\sqrt[3]{(n+1)^2}+\sqrt[3]{(n+1)n}+\sqrt[3]{n^2}}{\sqrt[3]{(n+1)^2}+\sqrt[3]{(n+1)n}+\sqrt[3]{n^2}}\times\frac{\sqrt[3]{(n+2)^2}+\sqrt[3]{(n+2)(n+1)}+\sqrt[3]{(n+1)^2}}{\sqrt[3]{(n+2)^2}+\sqrt[3]{(n+2)(n+1)}+\sqrt[3]{(n+1)^2}}$$

✎ $$=\frac{(n+1-n)\left(\sqrt[3]{(n+2)^2}+\sqrt[3]{(n+2)(n+1)}+\sqrt[3]{(n+1)^2}\right)}{(n+2-n-1)\left(\sqrt[3]{(n+1)^2}+\sqrt[3]{(n+1)n}+\sqrt[3]{n^2}\right)}\to\frac{\sqrt[3]{1}+\sqrt[3]{1}+\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{1}+\sqrt[3]{1}+\sqrt[3]{1}}=1$$

每　日　練　功

18. 試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{4n+3}+\sqrt{n+7}}{\sqrt{n+2}+\sqrt{9n-5}}=$______。

答：$\dfrac{3}{4}$

19. 試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)=$______。

答：$\dfrac{1}{2}$

20. 試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n+2}}{\sqrt{2n+1}-\sqrt{4n+3}}=$______。

答：$-2-\sqrt{2}$

21. 試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}=$______。

答：1

《挑戰題》

22. 設 $a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n=3n^2$，則 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{a_2+a_4+\cdots\cdots+a_{2n}}-\sqrt{a_1+a_3+\cdots\cdots+a_{2n-1}}\right)=?$

答：$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$